

SINTONIZACIÓN ÓPTIMA DE CONTROLADORES PID EMPLEANDO MATLAB/SIMULINK

OPTIMAL TUNING OF PID CONTROLLERS USING MATLAB/SIMULINK

PEDRO TEPPA – GARRAN¹

pteppa@unimet.edu.ve

Universidad Metropolitana de Caracas (Venezuela)

FABIAN ARZOLA²

a.fabian@unimet.edu.ve

Universidad Metropolitana de Caracas (Venezuela)

ELIAS ELYAS³

elias.elyas@unimet.edu.ve

Universidad del Sur de la Florida, EE.UU.

RESUMEN

Se desarrolla un método de sintonización de controladores PID basado en un diseño óptimo utilizando la plataforma Matlab/Simulink. Esto permite, mediante el empleo de las poderosas herramientas provistas por Matlab/Simulink, transformar muchos problemas de control óptimo, en un problema de control convencional. Para luego realizar la sintonización óptima de los parámetros de un controlador PID, de una manera sencilla, a través de los métodos numéricos provistos por Matlab. Estos métodos, si bien no suministran elegantes soluciones analíticas, pueden ser extremadamente poderosos para aportar soluciones prácticas a problemas de control. La versatilidad de los algoritmos numéricos de Matlab permite considerar procesos más complejos, restricciones en los actuadores, ruido en los sensores y perturbaciones. En resumen, un problema mucho más realista.

Palabras clave: PID, control óptimo, optimización numérica, Matlab, Simulink.

1 Profesor Titular, Departamento de Gestión de Proyectos y Sistemas, UNIMET. Ingeniero Electricista UNIMET, MSc Ingeniería Electrónica y MSc Matemáticas, Universidad Simón Bolívar, PhD Sistemas de Control, Universidad Paul Sabatier, Francia, Postdoctorado Sistemas de Control, LAAS du CNRS, Francia.

2 Ingeniero Electricista, UNIMET. Ingeniero de proyectos, Inelectra.

3 Ingeniero Electricista, UNIMET.



ABSTRACT

A tuning method is developed based on the optimal design of PID controllers using the Matlab/Simulink platform. With the powerful tools provided in Matlab/Simulink, many optimal control problems can be converted into conventional optimization problems and then can be easily solved. These methods, while not providing elegant analytical solutions, can be extremely powerful in providing practical solutions to control problems. The versatility of Matlab's numerical algorithms allows considering more complex processes, actuator constraints, sensor noise, and disturbances. In short, a much more realistic problem.

Key words: PID, Optimal Control, Numerical Optimization, Matlab, Simulink.

RECIBIDO: 09-03-2021 / ACEPTADO: 11-05-2021 / PUBLICADO: 15-12-2021

Cómo citar: Teppa-Garran *et al.* (2021). Sintonización óptima de controladores PID empleando Matlab/Simulink. *Anales*, 37, 15-32.
<https://doi.org/10.58479/acbfm.2021.20>

CONTENIDO

RESUMEN	15
ABSTRACT	16
1. INTRODUCCIÓN	19
2. CONTROLADOR PID	20
3. DISEÑO ÓPTIMO DEL CONTROLADOR PID	21
4. EJEMPLOS	25
4.1 EJEMPLO 1	25
4.2 EJEMPLO 2	28
5. CONCLUSIONES	30
REFERENCIAS	31

1. INTRODUCCIÓN

El controlador Proporcional – Integral – Derivativo (PID) es una de las primeras estrategias de control que se empleó en la práctica, su implementación inicial fue a través de dispositivos neumáticos, seguido por el empleo de tubos de vacío y circuitos electrónicos analógicos, hasta la implementación digital actual mediante microprocesadores (Bennett, 1993). Hoy en día, y a pesar de los significativos avances alcanzados en la teoría de control, es la estrategia más empleada en el control de procesos industriales. Según Åström y Hagglund (1995) más del 90 % de los sistemas industriales de control, contienen algún tipo de control PID. Un estudio más reciente, llevado a cabo por Desborough y Miller (2002) consideró alrededor de 11.000 controladores en refinerías, industrias químicas y fábricas de papel, concluyendo que alrededor del 97 % de los controladores poseía una estructura PID. Esta ubicuidad del controlador PID, no solo se debe a su configuración simple, fácil de entender conceptualmente y de sintonizar manualmente, sino también al hecho de que los algoritmos de diseño, suministran un desempeño satisfactorio del sistema controlado en muchas de las aplicaciones reales. Los parámetros del controlador PID deben sintonizarse para responder a los requerimientos de diseño y a ese fin, se han formulado diversas reglas, algunos ejemplos que aparecen en la literatura y varios de ellos utilizados comúnmente en la práctica son: la regla de Ziegler y Nichols (1942), la de Chien, Hrones y Reswick (1952), la de Cohen y Coon (1953), la regla complementaria (Mantz y Taconi, 1989), las reglas de algo de sobrepico y sin sobrepico (Seborg, Edgar y Mellichamp, 1989), la regla modificada de Ziegler y Nichols (Hang, Åström y Ho, 1991), la regla de la integral del error cuadrático multiplicado por el tiempo (Zhuang y Atherton, 1993), la de la integral del error absoluto (Pessen, 1994), la fórmula de Wang, Juang y Chan (1995) y el rechazo activo de perturbaciones (Teppa-Garrán y García, 2013, 2017), entre otras. Estas reglas, muchas de ellas fáciles de implementar, aportan métodos de sintonización de los parámetros del controlador PID. Sin embargo, la diversidad de reglas y métodos existentes es un indicativo de que cada uno tiene algún tipo de limitación o desventaja. Esto es debido principalmente a que utilizan poca información de la dinámica del proceso controlado, por lo que en muchas situaciones, la respuesta a lazo cerrado no es satisfactoria. De hecho, la sintonización de controladores PID en ambientes industriales es complicada debido a varios factores, entre ellos pueden mencionarse (Diu y Daley, 2001): las no linealidades producidas por restricciones en los actuadores, el envejecimiento y desgaste del proceso, las incertidumbres ocasionadas por dinámicas no modeladas, el ruido de medición y perturbaciones externas y el deterioro en el desempeño cuando se opera bajo condiciones de carga debido a la naturaleza variable de esta última.

En este artículo se desarrolla un método de sintonización de los parámetros de controladores PID basado en un diseño óptimo empleando la plataforma Matlab/Simulink. Esto

permite, mediante la utilización de las poderosas herramientas provistas por Matlab/Simulink, transformar muchos problemas de control óptimo, en un problema de control convencional. Para luego realizar la sintonización óptima de los parámetros de un controlador PID, de una manera sencilla, a través de métodos numéricos. Estos métodos, si bien no suministran elegantes soluciones analíticas, pueden ser extremadamente poderosos para aportar soluciones prácticas a problemas de control. La versatilidad de los algoritmos numéricos de Matlab permite considerar procesos más complejos, restricciones en los actuadores, ruido en los sensores y perturbaciones. En resumen, un problema mucho más realista. El artículo está organizado de la siguiente forma: en la sección 2 se describe el modelo matemático del controlador PID, la sección 3 considera el método desarrollado, esto es, la sintonización óptima de los parámetros del PID empleando la plataforma computacional Matlab/Simulink. La sección 4 contempla dos ejemplos de aplicación de la metodología y finalmente en la sección 5 se presentan las conclusiones de la investigación.

2. CONTROLADOR PID

La estructura típica de un controlador PID se muestra en la Fig. 1, la señal de error $e(t)$ se emplea para generar las acciones proporcional, integral y derivativa, que luego se ponderan y suman para formar la señal de control $u(t)$. Un modelo matemático del controlador PID es

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (1)$$

La señal de error se define como $e(t) = r(t) - y(t)$, con $r(t)$ la señal de entrada de referencia. Cuando la señal de referencia cambia en forma discontinua, el término derivativo no se emplea en la forma pura de (1) con el objeto de evitar variaciones bruscas en la señal de control, situación conocida como el fenómeno de la reacción de la derivada (*derivative kick*) (Atherton y Majhi, 1999) sino que se le coloca en cascada un filtro pasabajo de primer orden (parámetro N). De esta forma, la transformada de Laplace de (1) resulta en

$$U(s) = K_p \left[1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{s T_d}{1 + s \frac{T_d}{N}} \right] E(s) \quad (2)$$

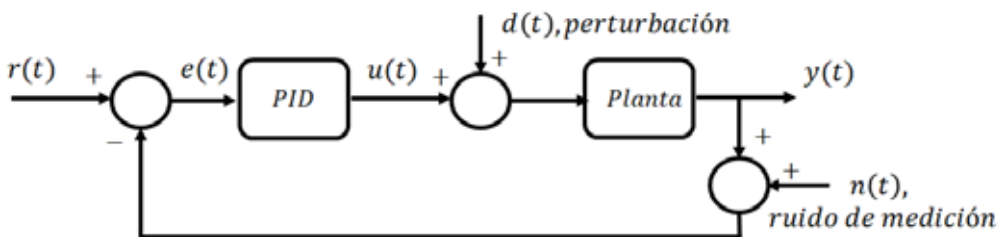


Figura 1. Estructura típica de un controlador PID.

3. DISEÑO ÓPTIMO DEL CONTROLADOR PID

Un problema de optimización convencional sin restricciones tiene la forma

$$\min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) \quad (3)$$

donde $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$. La interpretación de (3) es: determine el vector \mathbf{x} de manera que la función objetivo $J(\mathbf{x})$ sea mínima. La función de Matlab *fminsearch* permite resolver el problema de optimización (3) utilizando el método simplex de Nelder y Mead (1965). El código de programación de la función *fminsearch* utilizado en Matlab se obtiene a partir de (Lagarias et al, 1998). La sintaxis de la instrucción es

$$\mathbf{x} = \text{fminsearch}(\text{Fun}, \mathbf{x}_0) \quad (4)$$

Donde *Fun* corresponde a la función objetivo y la variable \mathbf{x}_0 es el vector inicial de parámetros. El problema de control óptimo considerado en este trabajo, asociado al diagrama de bloques de la Fig. 1, es el siguiente

$$J(\mathbf{e}, \mathbf{u}) = \int_0^{t_f} \mathcal{L}(\mathbf{e}(t), \mathbf{u}(t)) dt \quad \text{sujeito a } \begin{cases} \mathbf{y} = \mathcal{P}(\mathbf{u} + \mathbf{d}), \mathbf{u} = \mathcal{C}(\mathbf{p})\mathbf{e} \end{cases} \quad (5)$$

Donde la integral $J(\mathbf{e}, \mathbf{u}) = \int_0^{t_f} \mathcal{L}(\mathbf{e}(t), \mathbf{u}(t)) dt$ corresponde a la función objetivo o índice de desempeño del sistema y es tal, que la función $\mathcal{L}: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^+$ es continua y derivable en sus argumentos. El operador \mathcal{P} es el modelo matemático que describe a la planta, que recibe como entradas: la señal de control $\mathbf{u}(t)$ y la señal de perturbación $\mathbf{d}(t)$. Por su parte, el operador $\mathcal{C}(\mathbf{p})$ representa al controlador PID, con $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^4$ el vector de parámetros del controlador, esto es, $\mathbf{p} = [K_p, T_i, T_d, N]^T$. En muchas aplicaciones es satisfactoria la escogencia de $N = 10$ (Åström y Hagglund, 1995). Las elecciones usuales para la función objetivo $J(\mathbf{e}, \mathbf{u})$ aparecen en la Tabla 1 (Kirk, 2004). Las seis primeras funciones objetivos consideran el error de seguimiento $\mathbf{e}(t) = \mathbf{r}(t) - \mathbf{y}(t)$ del lazo de control de realimentación y las últimas dos, utilizan la señal de control $\mathbf{u}(t)$. Los criterios ISE e IAE minimizan el error cuadrático y el valor absoluto del error. ITSE, ITAE, ISTAE e ISTSE incorporan ponderación a través de la variable tiempo a fin de penalizar los errores que ocurren posteriormente en la respuesta temporal. ISTAE e ISTSE proporcionan una mayor penalización que los criterios ITSE e ITAE.

TABLA 1.
 Funciones objetivos típicas

Criterio	Función objetivo
ISE (<i>Integral of squared error</i>)	$J_{ISE}(e) = \int_0^{\infty} e^2(t) dt$
IAE (<i>Integral of absolute error</i>)	$J_{IAE}(e) = \int_0^{\infty} e(t) dt$
ITAE (<i>Integral of time-multiplied absolute value of error</i>)	$J_{ITAE}(e) = \int_0^{\infty} t e(t) dt$
ITSE (<i>Integral of time-multiplied squared error</i>)	$J_{ITSE}(e) = \int_0^{\infty} te^2(t) dt$
ISTAE (<i>Integral of squared time-multiplied absolute value of error</i>)	$J_{ISTAE}(e) = \int_0^{\infty} t^2 e(t) dt$
ISTSE (<i>Integral of squared time-multiplied squared error</i>)	$J_{ISTSE}(e) = \int_0^{\infty} t^2e^2(t) dt$
Energía mínima	$J(u) = \int_0^{\infty} u^2(t) dt$
Combustible mínimo	$J(u) = \int_0^{\infty} u(t) dt$

Para realizar la sintonización óptima de los parámetros del controlador PID el primer paso es representar el problema de control óptimo (5), asociado al sistema controlado de la Fig. 1, mediante un diagrama simulink. Por ejemplo, si se requiere minimizar la función objetivo ITAE, un diagrama simulink del sistema controlado, al que denominaremos ‘Modelo’ se ilustra en la Fig. 2 (Se ha seleccionado $N = 10$).

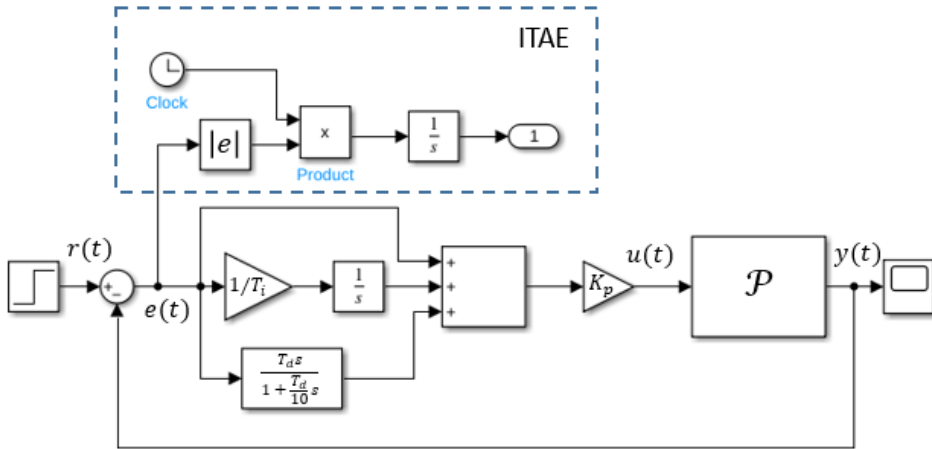


Figura 2. Diagrama simulink del sistema controlado (Modelo).

Para continuar con el proceso de optimización se requiere programar una función, esta corresponde a una secuencia de comandos de Matlab que permitirá determinar los valores óptimos (para una función objetivo seleccionada) de los parámetros del controlador PID. A ese fin se crea un *script* que se guarda en los archivos de Matlab y se implementará más adelante. Es importante subrayar que este *script* debe almacenarse con el mismo nombre de la función para garantizar su correcta ejecución. El nombre asignado fue 'optimiza'. El código de la función se ilustra en la Fig. 3. La función recibe como argumento un vector x , cuyos componentes son los parámetros del controlador PID (K_p, T_i, T_d) y t_f corresponde al tiempo de simulación.

```

1 function J= optimiza(x)
2 assignin('base', 'Kp', x(1));
3 assignin('base', 'Ti', x(2));
4 assignin('base', 'Td', x(3));
5 [t,x,y]=sim('Modelo',tf);
6 J=y(end);
7 end

```

Figura 3. Función 'optimiza'.

Finalmente, para resolver el problema de optimización, se ejecutan en la ventana de trabajo de Matlab las instrucciones siguientes:

» $x_0 = [Kp_0; Ti_0; Td_0];$ <enter>

(El vector $[Kp_0; Ti_0; Td_0]$ corresponde a los valores iniciales de los parámetros del controlador PID)

```
» x =fminsearch('optimiza', x0) <enter>
```

En el vector $x = [x(1) x(2) x(3)]^T = [K_p T_i T_d]^T$ se almacenan los parámetros óptimos del controlador PID que resultan luego de efectuar la simulación del 'Modelo' simulink del sistema controlado de la Fig. 2 durante un tiempo t_f mediante la función 'optimiza' de la Fig. 3.

Una ventaja del método es que permite realizar un diseño más realista incorporando, por ejemplo, restricciones en los actuadores, ruido de medición, perturbaciones, modelos más completos de la planta P , entre otros. Esta situación se ilustra en el diagrama de la Fig. 4, donde se muestran algunas de las discontinuidades que se pueden colocar entre el controlador PID y la planta, dependiendo de la naturaleza de las restricciones que posea el actuador.

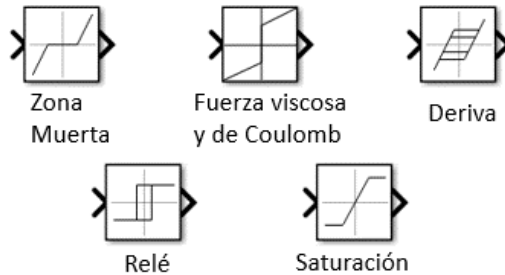


Figura 4. Algunas de las restricciones del actuador que pueden considerarse en el diseño óptimo del controlador PID.

En lo referente al modelo de la planta P se pueden considerar las representaciones típicas, como la función de transferencia o en variables de estado de la Fig. 5, pero también descripciones más complejas como la no lineal de la Fig. 6.

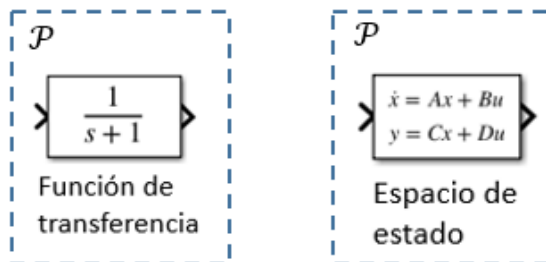


Figura 5. Representación de P mediante una función de transferencia o en variables de estado.

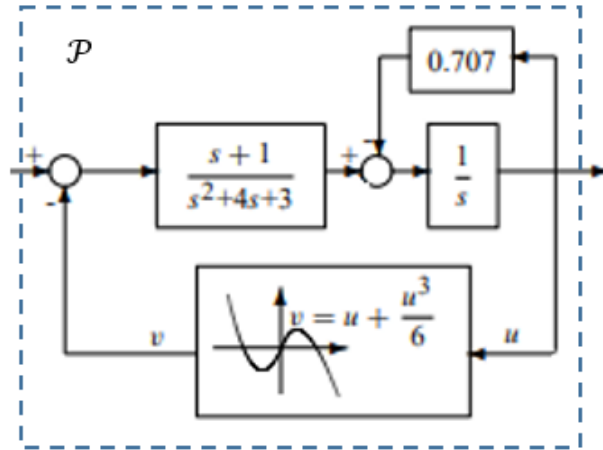


Figura 6. Representación no lineal de P .

4. EJEMPLOS

Se contemplan dos ejemplos: el primero de ellos consiste en el diseño de un controlador PID para un sistema lineal cuando el actuador posee restricciones de amplitud. Inicialmente se muestra el desempeño de un controlador PID sintonizado a través de la popular y ampliamente utilizada regla de Ziegler y Nichols (1942) bajo condiciones ideales (sin restricción en el actuador). Posteriormente, se muestra como se degrada el desempeño del controlador cuando se incorpora la restricción práctica de amplitud en el actuador y como el método planteado alcanza una excelente solución. Inmediatamente, en el ejemplo 2, se trata un diseño más exigente, la sintonización óptima de un controlador PI para un sistema variante en el tiempo.

4.1 EJEMPLO 1

La planta P es modelada por la función de transferencia

$$G_p(s) = \frac{64}{s^3 + 14s^2 + 56s + 64} \quad (6)$$

Al aplicar las reglas de Ziegler y Nichols (1942) resultan los siguientes valores de los parámetros del controlador PID

$$K_p = 6.75, T_i = 0.42, T_d = 0.105 \quad (7)$$

El sistema controlado aparece en la Fig. 7. La respuesta a lazo cerrado para una referencia escalón unitario se muestra en la Fig. 8 contemplando dos situaciones. En la primera, se consideran condiciones ideales, esto es, no se incluye el bloque de saturación de la Fig. 7.

Mientras que en la segunda, si se incluye mediante una restricción de amplitud del actuador entre $[-2.5, 2.5]$.

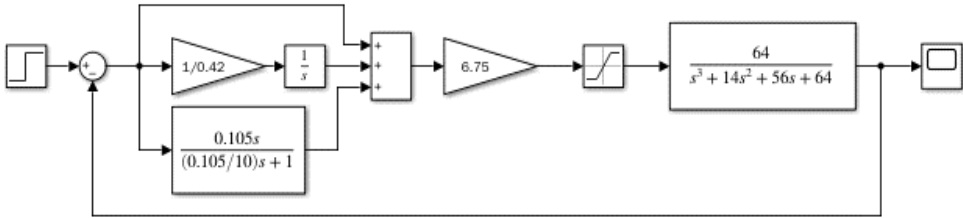


Figura 7. Sistema controlado del Ejemplo 1 considerando que hay y que no hay saturación de amplitud en el actuador.

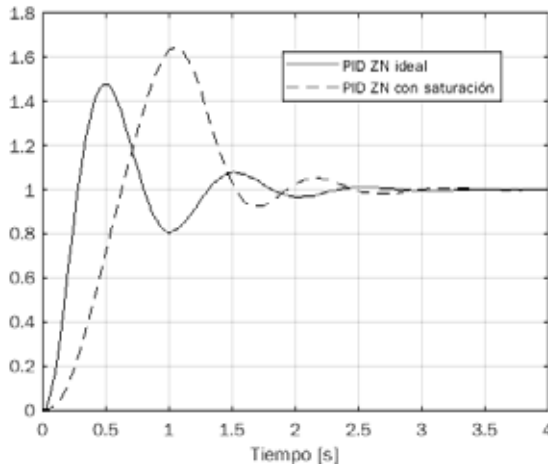


Figura 8. Respuesta a lazo cerrado del Ejemplo 1 considerando que hay y que no hay saturación de amplitud en el actuador.

Como puede apreciarse en la Fig. 8, la respuesta que ya inicialmente no es muy satisfactoria, debido a las oscilaciones y al elevado sobrepico, se degrada aún más al incluir la restricción del actuador.

A continuación se va a efectuar la sintonización óptima del controlador PID empleando la metodología propuesta, para eso se elabora inicialmente el diagrama simulink de la Fig. 9 donde se ha seleccionado como función objetivo el criterio ITAE y luego se implementa la función 'optimiza' de la Fig. 3. Al ejecutar la instrucción *fminsearch* en la ventana de trabajo de Matlab, usando como valores iniciales de los parámetros del controlador PID, los obtenidos previamente por la regla de Ziegler y Nichols, resulta

$$K_p = 7.50, T_i = 3.08, T_d = 0.16 \tag{8}$$

Es de destacar que se pueden emplear otros valores iniciales, por ejemplo todos cero, sin embargo, la convergencia al óptimo puede demandar más tiempo. La respuesta del sistema con restricciones de amplitud en el actuador obtenida previamente al utilizar el controlador PID sintonizado por Ziegler y Nichols y la respuesta que resulta de aplicar el método de optimización numérico propuesto, se muestran simultáneamente en la Fig. 10. Es evidente la mejora en la respuesta del sistema. Por último, la Fig. 11 ilustra la evolución de la señal de control dentro de las cotas establecidas en el actuador.

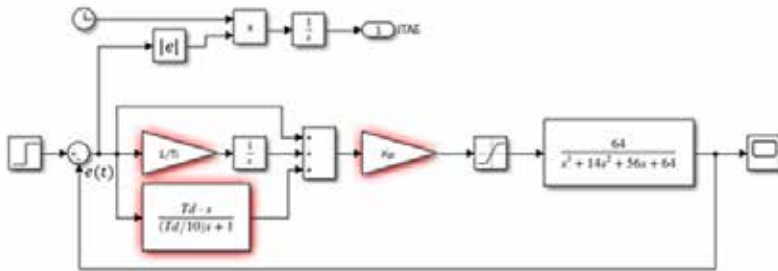


Figura 9. Elaboración del 'Modelo' que se emplea en la función 'optimiza' de la Fig. 3.

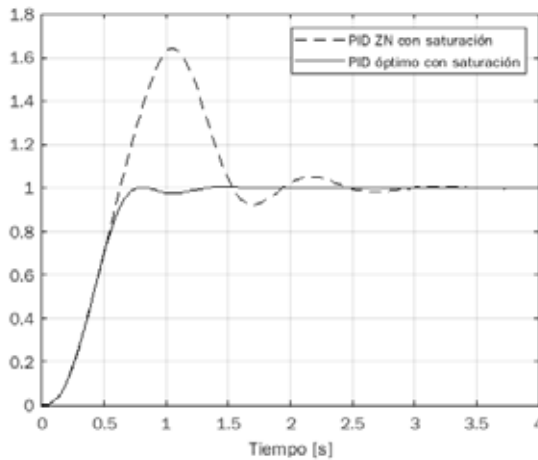


Figura 10. Respuesta del sistema controlado con restricciones en el actuador usando tanto la regla de Ziegler y Nichols como el método de optimización propuesto.

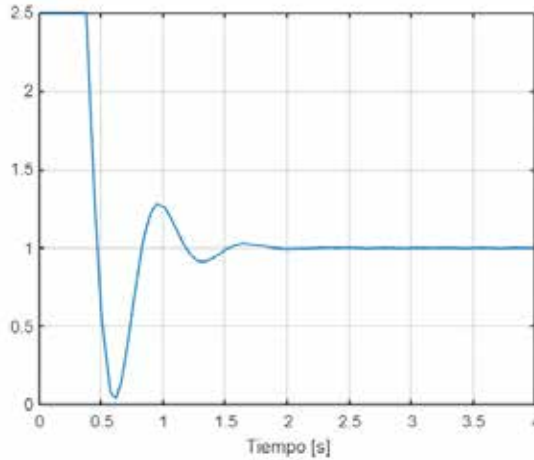


Figura 11. Señal de control del ejemplo 1.

4.2 EJEMPLO 2

La planta P es modelada por la ecuación diferencial

$$\ddot{y}(t) + e^{-0.2t}\dot{y}(t) + e^{-5t}\sin(2t + 6)y(t) = u(t) \quad (9)$$

Seleccionando como variables de estado $x_1(t) = y(t), x_2(t) = \dot{y}(t)$ se obtiene la representación en variables de estado de la planta P siguiente

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -e^{-5t}\sin(2t + 6)x_1(t) - e^{-0.2t}x_2(t) + u(t) \end{cases} \quad (10)$$

El diagrama simulink del 'Modelo' que se empleará para la sintonización óptima de un controlador PI empleando el criterio ITAE, restricciones en el actuador entre $[-5, 5]$ y valores iniciales del controlador $K_p = 200, T_i = 20$ se ilustra en la Fig. 12. La respuesta a lazo cerrado del sistema controlado ante una referencia tipo escalón unitario empleando los valores óptimos determinados por el método ($K_p = 108.26, T_i = 423.57$) se muestra en la Fig. 13. La señal de control, siempre dentro de los límites del actuador, se ilustra en la Fig. 14.

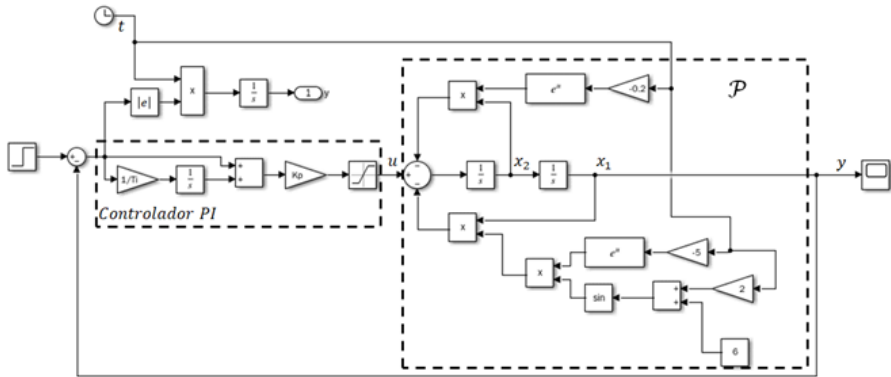


Figura 12. Diagrama simulink del 'Modelo' del ejemplo 2.

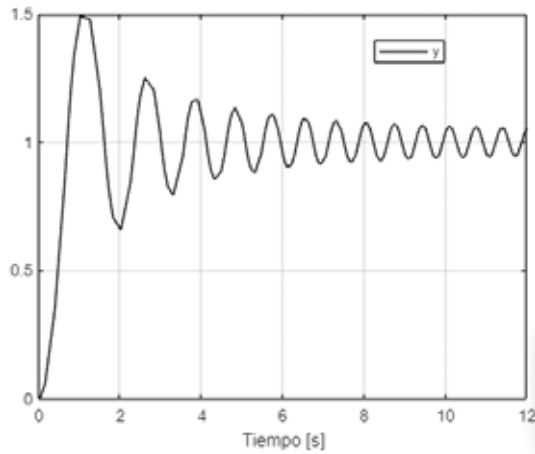


Figura 13. Salida controlada del ejemplo 2.

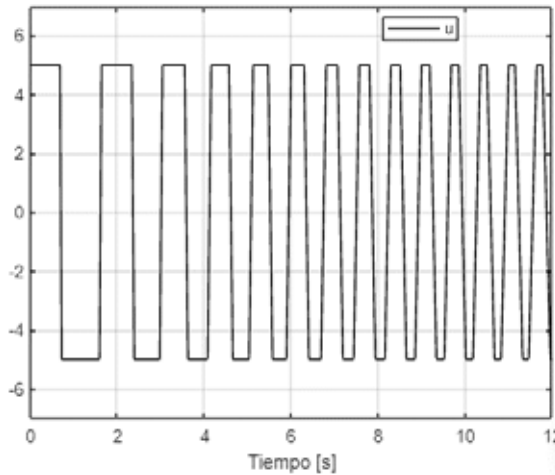


Figura 14. Señal de control del ejemplo 2.

5. CONCLUSIONES

Se propone un método de sintonización óptima de los parámetros de un controlador PID empleando la plataforma Matlab/Simulink. La versatilidad de los algoritmos numéricos de Matlab permite considerar problemas de control más realistas.

En la teoría convencional de control, la implementación en *hardware* del controlador PID, no es tratada a menudo, por tal razón se aceptan señales de amplitud muy elevada. Ahora bien, en el control en tiempo real, las señales no pueden ser muy grandes a fin de evitar el daño de equipos. En el ejemplo 1, aunque no se incluye la gráfica, la señal de control sin restricciones, llega a alcanzar un valor inicial de 80, lo cual es muy elevado. La misma podría ocasionar problemas en el *hardware* por un mal diseño y saturar el actuador ocasionando un funcionamiento no lineal. El método propuesto permite incluir la saturación en el actuador desde la etapa inicial, añadiendo un simple bloque de saturación en el diagrama simulink. En el ejemplo 2, se considera una planta de elevada complejidad, un sistema variante en el tiempo, donde las reglas prácticas y populares de sintonización de controladores PID no resultan satisfactorias. Estos dos ejemplos son solo una muestra de la versatilidad y potencialidad de la metodología propuesta, en el diseño de controladores PID para problemas más realistas de control.

REFERENCIAS

- ÅSTRÖM, K. y HAGGLUND, T. (1995). *PID controllers: Theory, design and tuning*. NC: Instrument Society of America, Research Triangle Park.
- ATHERTON, D.P. y MAJHI, S. (1999). "Limitations of PID controllers". *Proc. of the 1999 American Control Conference*, San Diego, USA.
- BENNETT, S. (1993). "Development of the PID controllers". *IEEE Control System Magazine*, Vol. 13(2), pp. 58 – 65.
- CHIEN, K., HRONES, J. y RESWICK, J. (1952). "On the automatic control of generalised passive systems". *Transactions of the ASME*, pp. 175 -185.
- COHEN, G. y COON, G. (1953). "Theoretical considerations of retarded control". *Transactions of the ASME*, pp. 827 - 834.
- DESBOUROUGH, L. y MILLER, R. (2002). "Increasing customer value of industrial control performance monitoring: Honeywell's experience", In *6th International Conference on Chemical Process Control*, AIChE Symposium Series, Vol. 98(326).
- HANG, C., ÅSTRÖM, K. y HO, W. (1991). "Refinements of the Ziegler – Nichols tuning formula". *IEE Proceedings-D*, Vol. 138(2), pp. 111 – 118.
- KIRK, D. (2004). *Optimal Control Theory*, New York: Dover Publications Inc.
- LAGARIAS, J., REEDS, J., WRIGHT, M y WRIGHT, P. (1998). "Convergence properties of the Nelder – Mead simplex method in low dimensions". *SIAM Journal of Optimization*, Vol. 9(1), pp. 112 – 147.
- LIU, G. y DALEY, S. (2001). "Optimal-tuning PID control for industrial systems". *Control Engineering Practice*, Vol. 9, pp. 1185 – 1194.
- MANTZ, R. y TACONI, E. (1989). "Complementary rules to Ziegler-Nichols: rules for a regulating and tracking controller". *International Journal of Control*, Vol. 49(5), pp. 1465 – 1471.
- NELDER, J. y MEAD, R. (1965). "A simplex method for function minimization", *Computer Journal*, Vol. 7, pp. 308 – 313.
- PESSSEN, D. (1994). "A new look at PID controller tuning". *Journal of Dynamic Systems, Measures and Control*, Vol. 116, pp. 53 – 557.
- SEBORG, D., EDGAR, T. y MELLICHAMP, D. (1989). *Process Dynamics and Control*. New York: Wiley.
- TEPPA-GARRAN, P. y GARCIA, G. (2013). "Optimal tuning of PI/PID/PID(n-1) controllers in active disturbance rejection control", *Journal of Control Engineering and Applied Informatics*, Vol. 15(4), pp. 26-36.
- TEPPA-GARRAN, P. y GARCIA, G. (2017). "Design of an Optimal PID controller for a coupled tanks system employing ADRC", *IEEE Latin America Transactions*, Vol. 15(2), pp. 189-192.

WANG, F., JUANG, W. y CHANG, C. (1995). "Optimal tuning of PID controllers for single and cascade control loops". *Chemical Engineering Communications*, Vol. 132, pp. 15 – 34.

ZHUANG, M. y ATHERTON, D. (1993). "Automatic tuning of optimum PID controllers". *IEE Proceedings-D*, Vol. 140(3), pp. 216 – 224.

ZIEGLER, J. y NICHOLS, N. (1942). "Optimum settings for automatic controllers". *Transactions of the ASME*, Vol. 64, pp. 759 -768.