ISSN-e: 1856-9811

SOBRE POLIGRUPOS NEUTROSOFICOS DE VALOR ÚNICO CUATRIPARTICIONADOS

CARLOS GRANADOS [1]

Universidad de Antioquia, Medellín, (Colombia)
carlosgranadosortiz@outlook.es

BIROJIT DAS [2]

NIT Warangal, Telengana, (India)

dasbirojit@gmail.com

AJOY KANTI DAS [3]

Bir Birkram Memorial College, Agartala, (India)
ajoykantidas@gmail.com

Resumen

El estudio de la neutroálgebra se está convirtiendo en uno de los temas más importantes y de mayor interés para muchos investigadores de todo el mundo, donde se han definido el subgrupo neutrón, la neutro álgebra BL, la antialgebra, la neutro álgebra de valor único cuatripartida, el poligrupo neutrosofico de valor único y otros. Por ello, el objetivo de este trabajo es utilizar las nociones de conjunto neutrosofista de valor único cuatripartido, poligrupo y conjunto neutrosofista de valor único para definir el concepto de poligrupo neutrosofista de valor único cuatripartido. Además, mostramos algunas de sus propiedades y demostramos la relación entre los conjuntos de nivel de los poligrupos neutrosofistas de valor único cuatripartidos y los subpoligrupos.

Palabras clave: Lógica neutrosofía, cuadripartición univalente, poligrupo, poligrupo cuadripartido univalente, poligrupo cuadripartido antiunivalente.

1 Estudiante de Doctorado en Matemáticas

2 Profesor ad hoc, Departamento de Matemáticas

3 Departamento de Matemáticas

RECIBIDO: 09-07-2025 / ACEPTADO: 13-09-2025 / PUBLICADO: 22-12-2025

Cómo citar: Granados et al. (2025). Sobre poligrupos neutrofóficos de valor únicoo cuatriperticionados. *Anales*, 42, 1 - 16. https://doi.org/10.58479/anales.2025.140

ISSN-e: 1856 - 9811

CONTENIDO

1. Introducción

La neutrosofía es una nueva rama de la filosofía introducida por (Smarandache, 2002) que ha despertado un gran interés entre los investigadores que estudian diferentes temas (ciencia aplicada o pura) y que estudia el origen, la naturaleza y el alcance de las neutralidades, así como sus interacciones con diferentes espectros ideacionales: (B) es una idea, proposición, teoría, evento, concepto o entidad; anti (B) es lo contrario de (B); y (neut-B) significa ni (B) ni anti (B), es decir, la neutralidad entre los dos extremos (Bal et al., 2018).

Se han escrito muchos artículos para muchos investigadores relacionados con la neutroálgebra. Una neutroálgebra es una álgebra que tiene al menos una neutrooperación o un neutroaxioma (axioma que es verdadero para algunos elementos, indeterminado para otros elementos y falso para los demás elementos) (Smarandache, 2020).Con el fin de diseñar una herramienta práctica para la inferencia, Belnap (1977) introdujo la noción de lógica de cuatro valores. En su trabajo, correspondientes a una determinada información, consideró cuatro posibilidades, a saber: T: verdadero, F: falso, ninguno: ni verdadero ni falso, y ambos: verdadero y falso. Simbolizó estos cuatro valores de verdad como {T, F, ambos, ninguno}. Para más nociones derivadas de este artículo, remitimos al lector a (Das, et al., 2021; Mohanasundari y Mohana, 2020).

En este trabajo, desarrollamos la noción de poligrupo neutrosofónico de un solo valor cuatripartido, que es una extensión del artículo presentado por (Al-Tahan, 2020). Además, mostramos algunas propiedades del poligrupo neutrosofónico de un solo valor cuatripartido.

2. Preliminares:

En esta sección, recordamos algunos conceptos bien conocidos que nos interesan para el desarrollo de este trabajo.

Definición 2.1. Sea Y un espacio de puntos (objetos), con un elemento genérico en Y denotado por y. Un conjunto neutrosofista cuatripartido B en Y se caracteriza por una función de pertenencia a la verdad T_B , una función de pertenencia a la contradicción $C_{B,}$ una función de pertenencia a la ignorancia I_B y una función de pertenencia a la falsedad F_B . $T(_{B)}(y)$, $C(_{B)}(y)$ $(_{,)}$ $I(_{B)}(y)$ y $F(_{B)}(y)$ son subconjuntos reales estándar o no estándar de

]0–, 1+[. No hay restricción en la suma de T_B (y), C_B (y), I_B (y) y F_B (y), por lo que $0^- \leq sup$ T_B (y)+sup C_B (y)

+sup $I(_{B)}$ $_{(}$y)+sup $F(_{B)}$ $_{(}$y) $\leq 4^+$ (Chatterjee et al., 2016).

Ejemplo 2.2. Consideremos que Y = {w, y, z}, donde w es conocimiento, x es conocimiento erróneo, y es más o menos conocimiento y z es mal conocimiento. Los valores de w, x, y y z están en [0,1]. Se obtienen del cuestionario sobre cultura general, y su opción podría ser un grado de «buen conocimiento», un grado de contradicción, un grado de ignorancia o un grado de «mal conocimiento». B es un conjunto neutrosofónico de valor único y cuatripartido de Y definido por

Y D es un conjunto neutrosofónico de valor único y cuatripartido de Y definido por D=<0,4,0,3,0,1,0,8>/w +<0,5,0,3,0,6,0,1>/x+<0,9,01,0,5,0,3>/y+ <0,3, 0,1,0,8,0,5>/z

Definición 2.3. Sea Y un espacio de puntos (objetos), con un elemento genérico de Y denotado por y. Un conjunto neutrosofónico de valor único cuatripartido (QSVNS) B en Y se caracteriza por T_B, $C_{(B),}$ I_B y F_B. Para cada punto y en Y, y $T(_{B)}$ $_{,}C(_{B,)}$ $I(_{B)}$,$F(_{B)} \in$ e [0,1] (Chatterjee et al., 2016).

Definición 2.4. El complemento de un conjunto neutrosofónico de valor único cuatripartido B se denota por C(B) y se define por

I. $T_{C(B)}$ (y)=F_B (y),

II. CC(B) (y)=1−CB(y),

III. IC(B) (y)=1−IB(y),

IV. $F_{C(B)}$ (y)=T_B (y).

Para todo y en Y (Chatterjee et al., 2016).

Ejemplo 2.5. Sea B el conjunto neutrosofónico de valor único cuatripartido presente en el ejemplo 2.2. Entonces

C(B) B=<0.7,0.9,0.5,0.3>/w +<0.6,0.8,0.9,0.4>/x+<0.1,0.8,0.2,0.5>/y+ <0.3, 0.1,0.9,0.7>/z=

Definición 2.6. Un conjunto neutrosofónico de valor único cuatripartido B está contenido en otro conjunto neutrosofónico de valor único cuatripartido D, B⊆ D, si

I. T_B (y)≤TD(y)

II. C_B (y) ≤CD(y)

III. I_B (y)≥ ID(y)

IV. F_B (y)≥ FD(y)

Para todo y en Y (Chatterjee et al., 2016).

Definición 2.7. La unión de dos conjuntos neutrosoficos de valor único cuatripartidos B y D es un conjunto neutrosofico de valor único cuatripartido E, escrito como E=BUD, cuyas funciones de pertenencia a verdad, contradicción, ignorancia y falsedad vienen dadas por

I. $T_E (y)=\max(T_B (y),T_D (y))$,

II. $C_E (y)=\max(C_B (y),C_D (y))$,

III. $I_E (y)=\min(I_B (y),I_D (y))$,

IV. $F_E (y)=\min(F_B (y),F_D (y))$.

Para todo y en Y (Chatterjee et al., 2016).

Definición 2.8. La intersección de dos conjuntos neutrosoficos de valor único cuatripartidos B y D es un conjunto neutrosofico de valor único cuatripartido E, escrito como E=B∩D, cuyas funciones de pertenencia a verdad, contradicción, ignorancia y falsedad vienen dadas por

I. $T_E (y)=\min(T_B (y),T_D (y))$,

II. $C_E (y)=\min(C_B (y),C_D (y))$,

III. $I_E (y)=\max(I_B (y),I_D (y))$,

IV. $F_E (y)=\max(F_B (y),F_D (y))$.

Para todo Y en y (Chatterjee et al., 2016).

Ejemplo 2.9. Sea B y D los conjuntos neutrosoficos de valor único cuatriparticionados presentes en el ejemplo 2.2. Entonces

B∩ D= <0.3,0.1,0.5,0.8>/w+ <0.4,0.2,0.6,0.6>/x+ <0.5,0.1,0.8,0.3>/y+ >0.3,0.1,0.8,0.5>/z

Y

BU D= <0.4,0.3,0.1,0.7>/w+ <0.5,0.3,0.1,01>/x+ <0.9,0.2,0.5,0.1>/y+ >0.7,0.9,0.1,0.3>/z

A continuación, mostramos la noción de poligrupo y algunas de sus propiedades básicas (Comer, 1984; Davvaz et al., 2015, Davvaz et al., 2013).

Definición 2.10. Sea M un conjunto no vacío y P° (M) la colección de todos los subconjuntos no vacíos de M.

«°» se define de la siguiente manera:

$$\circ\ M\times M\rightarrow P^{\circ}(M)$$

$$(q,w)\rightarrow q\circ w$$

Entonces, se dice que «°» es una hiperoperación y (M,°) se denomina hipergrupoide.

Definición 2.11. Sea (M,°) un hipergrupoide. Entonces, (M,°) es un poligrupo si se cumplen las siguientes afirmaciones para todos los x, y, z en M.

I. $x\circ(y\circ z)=(x\circ y)\circ z$,

II. Existe e en M tal que $e\circ x=x\circ e=x$, para todo x en M,

III. $x\in y\circ z$ implica $y\in x\circ \boldsymbol{z^{-1}}$ y $z\in \boldsymbol{y^{-1\circ}}\ x$.

Observación 2.12. Los poligrupos débiles son una generalización de los poligrupos y se definen de la misma manera que los poligrupos, pero en lugar de (I) en la definición 2.11, tenemos $x\circ(y\circ z)\cap(x\circ y)\circ z\neq\emptyset$. Además, en el poligrupo débil M, $(\boldsymbol{x^{-1}})^{-1}=\boldsymbol{1}$ para todo x en M.

Observación 2.13. Al-Tahan (2020) mencionó que todo grupo es un poligrupo débil, pero lo contrario no siempre es cierto. (Véase el ejemplo 3.1 en (Al-Tahan, 2020)).

Ejemplo 2.14. Sea M={e,b,c,d}. Entonces (M_3 ,°) definido en la Tabla 1, es un poligrupo débil con e como identidad. Además, no es un poligrupo.

°	e	b	c	d
e	e	b	c	d
b	b	{e,b}	d	c
c	c	d	{e,c}	b
d	d	c	b	{e,d}

Tabla 1. Poligrupo débil (M_3 ,°) (Davvaz, 2013).

Definición 2.15. Sea (M,°) un poligrupo. Un subconjunto R de M es un subpoligrupo de M si (R,°) es un poligrupo.

Proposición 2.16. Sea (M,°) un poligrupo. Un subconjunto R de M es un subpoligrupo de M si a°b⊆ R y

$\boldsymbol{a}^{-1}$∈ R para todo a, b∈ R.

Definición 2.17. Sea (P ,°) un poligrupo. Un subconjunto subpoligrupo R de M es un subpoligrupo normal de M si$\boldsymbol{a}^{-1}$ °M°a⊆ M para todo a∈ M.

3. Poligrupo neutrosofico de valor único cuatripartido

En esta sección, introducimos la noción de poligrupos neutrosoficos de valor único cuatriparticionados y estudiamos algunas de sus propiedades. Además, definimos conjuntos de nivel de poligrupos neutrosoficos de valor único cuatriparticionados y los relacionamos con subpoligrupos normales.

Definición 3.1. Sea (M,°) un poligrupo débil y B un conjunto neutrosofico de valor único cuadripartido sobre M. Entonces, se dice que B es un poligrupo neutrosofico de valor único cuadripartido (QSVNP) sobre M (poligrupo débil neutrosofico de valor único cuadripartido (QSVNWP) sobre M) si para todos los a,b en M, se cumplen las siguientes afirmaciones:

V. T_B (d)≥ min{TB(a), T_B (b)}, C_B (d)≥ min{CB(a), C_B (b)}, I_B (d)≤ max{IB(a), I_B (b)} y F_B (d)

≤ max{ FB(a), $F(_{B)\ (}b)$} para todo c en a°b.

VI. T_B ($\boldsymbol{a}^{-1}$) ≥TB(a), C_B ($\boldsymbol{a}^{-1}$) ≥CB(a), I_B ($\boldsymbol{a}^{-1}$) ≤IB(a) y F_B ($\boldsymbol{a}^{-1}$) ≤FB(a).

Ejemplo 3.2. Sea (M_1 ,°) un poligrupo definido a continuación:

°	0	1
0	0	1
1	1	M_1 ={0,1}

Donde 0 sirve como identidad. Entonces, B=<0,3,0,5,0,5,0,7>/0 +<0,4,0,2,0,4,0,6>/1 es un poligrupo neutrosofico de valor único cuatripartido sobre M_1 .

Observación 3.3. Todos los teoremas y resultados presentes en este trabajo que son válidos para el poligrupo neutrosofónico de valor único cuatripartido también son válidos para el poligrupo neutrosofónico débil de valor único cuatripartido. Por lo tanto, restringimos nuestros resultados al poligrupo neutrosofónico de valor único cuatripartido.

Proposición 3.4. Sea (M,°) un poligrupo y B un poligrupo neutrosofico de valor único cuatripartido sobre M. Entonces, las siguientes afirmaciones son válidas para todo $y \in$ M:

I. $T_B(\boldsymbol{y^{-1}}) = T_B(y)$, $C_B(\boldsymbol{y^{-1}}) = C_B(y)$, $I_B(\boldsymbol{y^{-1}}) = I_B(y)$ y $F_B(\boldsymbol{y^{-1}}) = F_B(y)$,

II. $T_B(e) \geq TB(y)$, $C_B(e) \geq CB(y)$, $I_B(e) \leq IB(y)$ y $F_B(e) \leq FB(y)$ donde e es la identidad en M.

Demostración. Sea $y \in$ M, entonces

I. Según la definición 3.1, $T_B(\boldsymbol{y^{-1}}) \geq TB(y)$, $C_B(\boldsymbol{y^{-1}}) \geq CB(y)$, $I_B(\boldsymbol{y^{-1}}) \leq IB(y)$ y $F_B(\boldsymbol{y^{-1}}) \leq FB(y)$, y tomando $(\boldsymbol{y^{-1}})^{-1} = \boldsymbol{y}$ implica que $T_B(\boldsymbol{y^{-1}}) \leq TB(y)$, $C_B(\boldsymbol{y^{-1}}) \leq CB(y)$, $I_{B(}\boldsymbol{y^{-1}}) \geq IB(y)$ y $F(B_{)\,(}\boldsymbol{y^{-1}}) \geq F\,B\,(y)$. Por lo tanto, $T(B_{)\,(}\boldsymbol{y^{-1}}) = T(B_{)\,(y})$, $C(B_{)\,(}\boldsymbol{y^{-1}}) = C(B_{)\,(y})$, $I(B_{)\,(}\boldsymbol{y^{-1}}) = I(B_{)\,(y})$ y $F(B_{)\,(}\boldsymbol{y^{-1}}) = F(B_{)\,(y})$.

II. Dado que $e \in y°\boldsymbol{y^{-1}}$, se deduce de la Definición 3.1, parte (I), que $T_B(e) \geq \min\{TB(y), T_B(\boldsymbol{y^{-1}})\} = T_B(y)$, $C_B(e)$

$\geq \min\{CB(y), C_B(\boldsymbol{y^{-1}})\} = C_B(y)$, $I_B(e) \leq \max\{IB(y), I_B(\boldsymbol{y^{-1}})\} = I_B(y)$ y $F_B(e)$

$\leq \max\{FB(y), F_B(\boldsymbol{y^{-1}})\} = F_B(y)$.

Ejemplo 3.5. Sea (M_2 ,°) el poligrupo definido a continuación.

°	e	q	w	r
e	e	q	w	r
q	q	e	w	r
w	w	w	{e,q,r}	{w,r}
r	r	r	{w,r}	{e,q,w}

Entonces b= <0.1,0.5,0.5,0.8>/e+ <0.6,0.7,0.2,0.4>/x +<0.4,0.7,0.8,0.1>/y+<0.1,0,5,0,6,0,9>/z no es un poligrupo neutrosofico de valor único cuatripartido sobre M_2 ya que T_B (e) $\geq$TB(x) no se cumple.

Proposición 3.6. Sea (M,°) un poligrupo, B un conjunto neutrosofico de valor único cuadripartido sobre M, y$\boldsymbol{B^{-1}}$ = { <T(B) ($\boldsymbol{y^{-1}}$), C(B) ($\boldsymbol{y^{-1}}$), I(B) ($\boldsymbol{y^{-1}}$), F(B) ($\boldsymbol{y^{-1}}$)>: y∈ M}. Si B es un poligrupo neutrosofico de valor único cuadripartido sobre. Entonces, xml-ph-0002@

neutrosofía de poligrupo de valor único sobre. Entonces, $\boldsymbol{B^{-1}}$= $\boldsymbol{B}$.

Demostración. La demostración se deduce de la proposición 3.4.

Proposición 3.7. Sea (M,°) un poligrupo y t_0 ,t_1 ,t_2 ,t_3 números en el intervalo unitario [0, 1]. Si B=

{<t_0, t_1, t_2, t_3>/y: y∈ *P* M}. Entonces, B es un poligrupo neutrosofónico de valor único cuatripartido sobre M.

Demostración. La demostración se deduce de las proposiciones 3.4 y 3.6.

Observación 3.7. El poligrupo neutrosofónico de valor único cuatripartido presente en la proposición 3.6 se denomina poligrupo neutrosofónico de valor único cuatripartido constante.

Teorema 3.8. Sea (M,°) un poligrupo y B un conjunto neutrosofista de valor único cuatripartido sobre M. Entonces, B y C(B) son conjuntos neutrosofistas de valor único cuatripartidos sobre M si y solo si B es el poligrupo neutrosofista de valor único cuatripartido constante.

Demostración. Sea B y C(B) poligrupos neutrosóficos de valor único y cuadripartidos. Entonces, para todo y en M, obtenemos

I. TB($\boldsymbol{e}$) ≥T B(y), C_B ($\boldsymbol{e}$)≥ C_B (y), I_B ($\boldsymbol{e}$)≤ I_B (y) yF B($\boldsymbol{e}$) ≤F B(y),

II. FB($\boldsymbol{e}$) ≥F (y), 1 – C_B ($\boldsymbol{e}$)≥ 1 – C_B (y), 1-I_B ($\boldsymbol{e}$)≤ 1-I_B (y) yT B($\boldsymbol{e}$) ≤T B(y).

Esto implica que T_B (e)=T_B (y), C_B (e)=C_B (y), I_B (e)=I_B (y) y F_B (e)=F_B (y). Por lo tanto, B es el poligrupo neutrosofónico de valor único y cuadripartición constante. Si B es el poligrupo neutrosofónico de valor único y cuadripartición constante sobre M, entonces C(B) también es el poligrupo neutrosofónico de valor único y cuadripartición constante sobre M.

Definición 3.9. Sea (M,°) un poligrupo y B un conjunto neutrosofista de valor único cuatripartido sobre

M. Entonces, B se denomina poligrupo neutrosofista anti-valor único cuatripartido (QASVNP) sobre M si para todos los q, w∈ M, se satisfacen las siguientes condiciones.

I. TB(r)≤ max{T B(q),T B(w)}, C_B (r)≤ max {C_B (q), C_B (w)}, I_B (r) ≥***min*** {I_B (q), I_B (w)} yF B(r) ≥

min{FB(q),FB(w)} para todo r∈ q∗ w,

II. TB($\boldsymbol{q}^{-1}$)≤ T B(q), C_B($\boldsymbol{q}$)≤ C_B(q), I_B($\boldsymbol{q}$)≥ I_B(q) yF B($\boldsymbol{q}$)≥ F B(q).

Teorema 3.10. Sea (M,°) un poligrupo y B un conjunto neutrosofico de valor único cuatripartido sobre M. Entonces, B es un poligrupo neutrosofico de valor único cuatripartido sobre M si y solo si C(B) es un poligrupo neutrosofico anti-valor único cuatripartido sobre M.

Demostración. Sea B un poligrupo neutrosofista de valor único cuatripartido. Por el Teorema 4.2 de (Al-Tahan, 2020) se afirma que T_B , I_B y C_B son poligrupos difusos sobre M y F_B es un poligrupo anti-difuso sobre M. Por lo tanto, ahora tenemos que $T_{C(B)}$ =F_B , $I_{C(B)}$ =1-I_B y $C_{C(B)}$ =1-C_B son poligrupos antifuzzy sobre M y $F_{C(B)}$ =T_B es un poligrupo fuzzy sobre M. Por lo tanto, esto completa la demostración. De manera similar, se puede demostrar que C(B) es un poligrupo neutrosofico anti-monovalente cuatripartido sobre M. Por lo tanto, B es un poligrupo neutrosofico monovalente cuatripartido.

A continuación, definimos conjuntos de nivel de poligrupos neutrosóficos de valor único cuatripartidos y los relacionamos con subpoligrupos.

Definición 3.11. Sea Y cualquier conjunto, t=($t_{1,}$ t_2 ,t_3 ,t_4) donde 0≤ t1,t_2 ,t_3 <1 y 0< t_4 ≤1, y B sea un conjunto neutrosofónico de valor único cuatripartido sobre Y. Entonces, B($_{t) =}${y∈ Y:T($_{B)}$ $_($y) ≥t1, C($_B$)≥t2, I($_B$)≤ t($_{3),}$F($_{B)}$ ≤ t ($_{4)\}}$se denomina conjunto de nivel t de B.

Teorema 3.12. Sea B un poligrupo neutrosófico de valor único cuatripartido sobre M y a, b ∈

B_t ≠ ∅ . Para todos los c∈ a° b, tenemos$T$ B(c)≥ min {T B(a),T B(b)} ≥t 1, C_B (c)≥ min {C_B (a), C_B (b)} ≥t 2, I_B (c) ≤max

{I_B (a), I_B (b)} ≤t3 yF B(c) ≤max {F B(a),F B(b)} ≤t 4. Por lo tanto, a° b⊆ B_t . Además, teniendo$T$ B($\boldsymbol{a}^{-1}$) ≥

TB(a) ≥t 1, C_B ($\boldsymbol{a}^{-1}$) ≥ C_B (a) ≥t 2, I_B ($\boldsymbol{a}^{-1}$) ≤ I_B (a) ≤t 3 y F_B ($\boldsymbol{a}^{-1}$) ≤ F_B (a) ≤t 4 implica que $\boldsymbol{a}^{-1}$∈ B_t . Por lo tanto, B_t es un subpoligrupo de M.

Por el contrario, sea B_t≠ ∅ un subpoligrupo de M y a, b∈ M. Establezca t_1 = min {T B(a),T B(b)}, t_2 = min {C_B (a), C_B (b)}, t_3 = max {I_B (a),I_B (b)} y t_4 = min {F_B (a), F_B (b)}, y t= (t1,t2,t3 , t_4). Dado que B($_{t)}$ es un subpoligrupo de B, se deduce que a° b⊆ B($_{t)}$ y $\boldsymbol{a}^{-1}$∈ B($_{t) .}$ Esto último implica que para todo c∈ a° b,T B(c) ≥t 1= min

{T B(a),T B(b)}, C_B(c) ≥t 2 = min {C_B(a),C_B(b)}, $I_{(B)\ (c}$)≤ t 3 = max {I(B$_{)\ (a}$), I(B$_{)\ (b}$)} y F(B$_{)\ (c}$) ≤t 4 = max {F(B$_{)\ (a}$), F(B$_{)}$

$_{(b}$)}. Además, tenemos$T$ B($\boldsymbol{a}^{-1}$)≥ t 1= T B(a), C($_{B)\ (}$$\boldsymbol{a}^{-1}$)≥t 2= C($_{B)\ (}$a), I($_{B)\ (}$$\boldsymbol{a}^{-1}$)≤t 3= I($_{B)\ (}$a) y F($_{B)\ (}$$\boldsymbol{a}^{-1}$)≤t 4= F($_{B)}$

$_($a). Por lo tanto, B es un poligrupo neutrosofico de valor único cuatripartido sobre M.

Ejemplo 3.13. Sea M_1 = {0, 1} y (M_1 ,°) el poligrupo definido en el ejemplo 3.2. Entonces, el poligrupo neutrosofónico de valor único y cuadripartición constante y B= $\langle t_1, t_2, t_3, t_4 \rangle$ /1+ $\langle$t'1, t'2, t'3, t'4$\rangle$ /0 donde*t* 1≤ *t* '1,*t* 2≤ *t* '2, t_3 ≤t'3 y*t* 4≥ *t* '4 son el único poligrupo neutrosofico de valor único cuatripartido sobre M_1 .

Teorema 3.14. Sea (M,°) un poligrupo. Entonces, cada subpoligrupo de M es un conjunto nivelado de un poligrupo neutrosofónico de valor único cuatripartido sobre M.

Demostración. Sea W un subpoligrupo de M y t=(a,b, c,d) donde 0< a,b,c<1 y 0<d<1. Defina el conjunto neutrosofónico de valor único cuatripartido sobre M de la siguiente manera:

$$B(y)\begin{cases} (a, b, c, d), & if\, y \in W, \\ (0, 0, 0, 1), & otherwise. \end{cases}$$

Sea t'=(a',b',c',d'). Entonces,

$$B' = \begin{cases} W, & if\, a > a', b > b', c > c' \text{ and } d < d' \\ M, & if\, a' = 0, b' = 0, c' = 0 \text{ and } d' = 1, \text{ is either } \varnothing \text{ or a subpolygroup of } M \\ \varnothing, & Otherwise. \end{cases}$$

Según el Teorema 3.12, tenemos que B es un poligrupo neutrosofónico de valor único cuatripartido sobre M.

Definición 3.15. Sea (M,°) un poligrupo y b un poligrupo neutrosofico de valor único cuatriparticionado sobre M. Entonces, se dice que B es un poligrupo neutrosofico de valor único cuatriparticionado normal sobre M si B(w)= *A* (w') para todo w∈ $x \circ y$,$z' \in y \circ x$.

Ejemplo 3.16. Sea (M,°) un poligrupo y B un poligrupo neutrosofónico de valor único cuatripartido sobre

M. Entonces, el poligrupo neutrosofónico de valor único cuatripartido constante es un poligrupo neutrosofónico de valor único cuatripartido normal sobre M.

Teorema 3.17. Sea (M,°) un poligrupo y B un conjunto neutrosofista de valor único cuatripartido sobre M. Entonces, B es un poligrupo normal de valor único cuatripartido sobre M si y solo si B_t ≠ ∅ es un subpoligrupo normal de M para cada *t*= (a, b, c, d) donde 0≤ a, b, c< 1 y 0< d≤ 1.

Demostración. Sea B un poligrupo normal cuatripartido de valor único sobre M y q, w∈ $B_t \neq \varnothing$. Por el Teorema 3.12, afirmamos que $B_t \neq \varnothing$ es un subpoligrupo de M. Sea q∈ M. Necesitamos demostrar q u e $\boldsymbol{q^{-1}} \circ B_t$

$\circ$ q⊆ $B_{(t)}$.Sea e∈ $\boldsymbol{q^{-1}} \circ B_{(t)} \circ$ q. Entonces, existe w en $B_{(t)}$tal que e∈ $\boldsymbol{q^{-1}} \circ$ w° q y, por lo tanto, e∈ $\boldsymbol{q^{-1}} \circ$ s donde s∈ w° q. Esto último implica que w∈ s° $\boldsymbol{q^{-1}}$. Y dado que B es un poligrupo normal cuatripartido de valor único sobre M, se deduce que B(e) = B(w). Por lo tanto, e∈ $B_{(t)}$.

Por el contrario, sea $B_t \neq \varnothing$ un subpoligrupo normal de M. Por el Teorema 3.12, afirmamos que B es un poligrupo cuatripartido de valor único sobre M. Para demostrar que B es un poligrupo cuatripartido de valor único normal sobre M, basta con demostrar que B(e)= B(e') para todo e∈ q° w,*z* '∈ w° q. Sea e

∈ q° w,*z* '∈ w° q con B(e') =t . Tener e'∈ w° q implica que w ∈*z* ' °$\boldsymbol{q^{-1}}$. Esto último implica que Sea e∈ w° e' °$\boldsymbol{q^{-1}}$. Dado que e'∈ $B_{(t)}$ y $B_{(t)} \neq \varnothing$ es un subpoligrupo normal de M, se deduce que e∈ $B_{(t)}$ y, por lo tanto, B(e) ≥ B(e') =t . De manera similar, obtenemos que B(e') ≥ B(e).

Ejemplo 3.18. Sea M_2 = {$\boldsymbol{e}$, q, w, r} y (M_2 ,°) el poligrupo definido en el ejemplo 3.5. Entonces, el poligrupo neutrosofista de valor único y cuadripartición constante es el único poligrupo neutrosofista de valor único y cuadripartición normal sobre M_2 .

Corolario 3.19. Sea (M,°) un poligrupo y B un poligrupo neutrosofico de valor único cuadripartido sobre

M. Entonces, B°= {y∈ M: B(Y)= B($\boldsymbol{e}$)} es un subpoligrupo de M. Además, si B es un poligrupo neutrosofico de valor único cuadripartido normal sobre M, entonces B° es un subpoligrupo normal de M.

Demostración. Sea t= B (e). Entonces, B_t= {y∈ M:T B(y)≥ T B($\boldsymbol{e}$), C_B(y)≥ C_B($\boldsymbol{e}$), C_B(y)≤ C_B($\boldsymbol{e}$), F B(y)≤ F B($\boldsymbol{e}$)}. Por las proposiciones 4.4 y 3.6, tenemos que $B_{(t)}$= {y∈ M:TB(y) =TB($\boldsymbol{e}$),IB(y)= IB($\boldsymbol{e}$), $C_{(B)}$ (y)= $C_{(B)}$ ($\boldsymbol{e}$),FB(y) =

FB($\boldsymbol{e}$)}= A °. Por lo tanto, por el Teorema 3.12 y el Teorema 3.17, completamos la demostración.

4 Conclusiones:

En este trabajo, hemos introducido una hiperestructura algebraica de poligrupo para el conjunto neutrosofista de valor único cuatripartido mediante la definición de varias estructuras hiperalgebraicas y se han demostrado algunas propiedades. Las nociones que se definieron fueron, concretamente, poligrupos neutrosoficos de valor único cuatripartidos y poligrupos neutrosoficos anti-valor único cuatripartidos. Los resultados obtenidos en este trabajo pueden considerarse una generalización del trabajo relacionado con los poligrupos neutrosoficos de valor único. El trabajo futuro asociado a este trabajo implica el desarrollo de hiperálgebra para los conjuntos neutrosóficos de valor único pentaparticionados o heptaparticionados.

Financiación

Esta investigación no recibió ninguna subvención específica de ninguna agencia de financiación del sector público, comercial o sin ánimo de lucro.

Conflictos de intereses

Los autores declaran que no existe ningún conflicto de intereses.

Referencias:

Al-Tahan, M. (2020). Algunos resultados sobre poligrupos neutrosoficos (débiles) de valor único. *Revista Internacional de Ciencia Neutrosofica*. 2(1), 38-46.

Bal, M., Shalla, M. y Olgun, N. (2018). Neutrosophic Triplet Cosets and Quotient Groups. *Symmetry*, 10(4), 126.

Belnap N.D. (1977). Una lógica útil de cuatro valores, *Usos modernos de la lógica de múltiples valores*, 9-37.

Chatterjee, R., Majumdar, P. y Samanta, S.K. (2016). Sobre algunas medidas de similitud y entropía en conjuntos neutrosoficos de valor único cuatripartidos. *Revista de Sistemas Inteligentes y Difusos*, 30, 2475-2485.

Comer, S.D. (1984). Poligrupos derivados de cogrupos. *J. Algebra*. 89, 397-405.

Das, S., Das R. y Granados, C. (2021). Topología en conjuntos neutrosóficos cuatripartidos*, Conjuntos y sistemas neutrosóficos, 45*, 54-61.

Davvaz, B. y Cristea, I. (2015). *Hiperestructuras algebraicas difusas, Estudios sobre difusividad y computación suave* 321, Springer International Publishing.

Davvaz, B. (2013). *Teoría de poligrupos y sistemas relacionados*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Hackensack, Nueva Jersey.

Mohanasundari, M., y Mohana, K. (2020). Operadores de agregación ponderada Dombi neutrosoficos de valor único y cuatripartición para la toma de decisiones con múltiples atributos. *Conjuntos y sistemas neutrosoficos,* 32, 107-122.

Smarandache, F. (2002). Neutrosofía, una nueva rama de la filosofía. Estudio infinito.

Smarandache, F. (2020). La neutroálgebra es una generalización del álgebra parcial. *Revista Internacional de Ciencia Neutrosofía*. 2(1), 8-17.